الدوال الأصلية و التكامل

2 بكالوريا علوم فيزيائية 1
ذ: توفيق بنعمرو

الدالة	الدوال الأصلية
0	c
a	$ax+c$
x	$\frac{1}{2}x^2+c$
ax	$\frac{1}{2}ax^2+c$
$x^r \; ; \; r\in\mathbb{Q}^*-\{-1\}$	$\frac{1}{r+1}x^{r+1}+c$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}+c$
$\frac{1}{\sqrt{x}} \quad x>0$	$2\sqrt{x}+c$
$\sqrt{x} \quad x>0$	$\frac{2}{3}x\cdot\sqrt{x}+c$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{n}{n+1}x\cdot\sqrt[n]{x}+c$
$\sin x$	$-\cos x+c$
$\cos x$	$\sin x+c$
$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x+c$
$\frac{1}{x}$	$\ln(\lvert x\rvert)+c$
e^x	e^x+c

الدالة	الدوال الأصلية
$u'(x)$	$u(x)+c$
$u'(x)+v'(x)$	$u(x)+v(x)+c$
$u'(x)\cdot[u(x)]$	$\frac{1}{2}\cdot[u(x)]^2+c$
$a\cdot u'(x)$	$a\cdot u(x)+c$
$u'(x)\cdot[u(x)]^r \;\; ; r\in\mathbb{Q}^*-\{-1\}$	$\frac{1}{r+1}\cdot[u(x)]^{r+1}+c$
$\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$	$-\frac{1}{u(x)}+c$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)}+c$
$u'(x)\cdot\sqrt{u(x)}$	$\frac{2}{3}u(x)\cdot\sqrt{u(x)}+c$
$u'(x)\cdot\sqrt[n]{u(x)}$	$\frac{n}{n+1}u(x)\cdot\sqrt[n]{u(x)}+c$
$u'(x)\cdot\sin(u(x))$	$-\cos(u(x))+c$
$u'(x)\cdot\cos(u(x))$	$\sin(u(x))+c$
$\frac{u'(x)}{\cos^2(u(x))}$	$\tan(u(x))+c$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln(\lvert u(x)\rvert)+c$
$u'(x)\times e^{u(x)}$	$e^{u(x)}+c$

f دالة متصلة على مجال مفتوح I .
F دالة أصلية ل f على I إذا كان:
$\forall x\in I:\; F'(x)=f(x)$

كلّ دالة متّصلة على مجال I
تقبل ما لا نهاية من الدوال الأصلية على I

إذا كانت $U(x)$ و $V(x)$ دالتان أصليتان f
على I فإنّه يوجد عدد c
بحيث $\forall x\in I: U(x)=V(x)+c$

f دالة على I و $x_0\in I$ و $y_0\in\mathbb{R}$.
توجد دالة أصلية وحيدة ل f على I
بحيث: $F(x_0)=y_0$

بالتوفيق

$\int_a^a f(x)\,dx=0$
$\int_b^a f(x)\,dx=-\int_a^b f(x)\,dx$
$\int_a^b k\cdot dx=k\cdot(b-a)$
$\int_a^b g'(x)\cdot dx=g(b)-g(a)$

f دالة متصلة على $[a,b]$ و F دالة أصلية ل f على $[a,b]$. **تكامُل الدالة** f من a إلى b هو العدد الحقيقي: $\int_a^b f(x)\,dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$

f دالة متصلة على $[a,b]$: **المساحة الهندسية** للحيز المحصور بين C_f و محور الأفاصيل و المستقيمين $x=a$ و $x=b$ هي $S=\int_a^b\lvert f(x)\rvert dx$ بوحدة قياس المساحة.

f دالة متصلة على $[a,b]$: **حجم مجسّم الدوران** المولّد بدوران C_f حول محور الأفاصيل دورة كاملة في $[a,b]$ هو $V=\pi\cdot\int_a^b(f(x))^2\,dx$ بوحدة قياس الحجم.

f و g متصلتان على $[a,b]$، **مساحة الحيز المحصور** بين C_f و C_g و محور الأفاصيل و المستقيمين $x=a$ و $x=b$ هي: $S=\int_a^b\lvert f(x)-g(x)\rvert\,dx$ بوحدة القياس.

f متصلة على مجال I، و $a\in I$، الدالة الأصلية ل f على I و التي تنعدم في a هي $\forall x\in I:\; h(x)=\int_a^x f(t)\,dt$.

$\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b f(x)\,dx=\int_a^b f(x)\,dx$
$\int_a^b k\cdot f(x)\,dx=k\int_a^b f(x)\,dx$
$\int_a^b f(x)+g(x)\,dx=\int_a^b f(x)\,dx+\int_a^b g(x)\,dx$

$\lvert\int_a^b f(x)\,dx\rvert\le\int_a^b\lvert f(x)\rvert dx$

$m(b-a)\le\int_a^b f(x)\,dx\le M(b-a)$.
حيث m و M القيمتان الدنيا و القصوى على التوالي ل f على $[a,b]$.

$\forall x\in[a,b]:\; f(x)\ge 0\;\Rightarrow\;\int_a^b f(x)\,dx\ge 0$
$\forall x\in[a,b]:\; f(x)\ge g(x)\;\Rightarrow\;\int_a^b f(x)\,dx\ge\int_a^b g(x)\,dx$

$\mu=\frac{1}{b-a}\cdot\int_a^b f(x)\,dx$ يسمّى **القيمة المتوسّطة** ل f على $[a,b]$،
يوجد على الأقل $c\in[a,b]$ بحيث $f(c)=\mu$

المكاملة بالأجزاء: f و g قابلتان للاشتقاق على $[a,b]$ بحيث f' و g' متصلتان على $[a,b]$: $\int_a^b f'(x)\times g(x)\,dx=\left[f(x)\times g(x)\right]_a^b-\int_a^b f(x)\times g'(x)\,dx$